ΛΥΣΗ

Είναι $ΒΑ=2$, $ΜΑ=x$, $ΜΚ=4-x$.

Η σχέση μεταξύ του διαστήματος $s$ που διανύεται, της ταχύτητας $v$ και του αντίστοιχου χρόνου κίνησης $t$, είναι: $v=\frac{s}{t}⇔t=\frac{s}{v}$ .

α) Το τρίγωνο $BAΜ$ είναι ορθογώνιο, οπότε εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο Θεώρημα προκύπτει ότι $ΒΜ=\sqrt{4+x^{2}}$.

β) Η κίνηση γίνεται σε δύο μέσα – κολύμβηση στη θάλασσα και τρέξιμο στη ξηρά – με διαφορετικές (αλλά σταθερές) ταχύτητες $v\_{κ}=3 \frac{km}{h}$ και $v\_{τ}=5 \frac{km}{h}$ αντίστοιχα. Έτσι, ο συνολικός χρόνος κίνησης θα προκύψει ως άθροισμα των δύο επιμέρους χρόνων.

* Ο χρόνος κίνησης από το $Β$ στο $Μ$: $t\_{1}=\frac{BM}{v\_{κ}}=\frac{\sqrt{4+x^{2}}}{3}$
* Ο χρόνος κίνησης από το $Μ$ στο $Κ$: $t\_{2}=\frac{MK}{v\_{τ}}=\frac{4 - x}{5}$
* Ο χρόνος της συνολικής κίνησης: $t\_{ολ}=t\_{1}+t\_{2}=\frac{\sqrt{4+x^{2}}}{3}+\frac{4 - x}{5}$

Επομένως, η συνάρτηση που εκφράζει τον χρόνο κίνησης $t$ (σε $h$) του κολυμβητή – δρομέα ως προς την απόσταση $x (σε km)$ είναι η

$$t\left(x\right)=\frac{\sqrt{4+x^{2}}}{3}+\frac{4 - x}{5}, x\in \left[0, 4\right].$$

γ) Αρκεί να λυθεί η εξίσωση:

$$t\left(x\right)=\frac{4}{3}⇔\frac{\sqrt{4+x^{2}}}{3}+\frac{4 - x}{5}=\frac{4}{3}⇔$$

$$5\sqrt{4+x^{2}}+3\left(4 - x\right)=20⇔5\sqrt{4+x^{2}}=3x+8$$

Αφού $x\in \left[0, 4\right]$ έπεται ότι $3x+8>0$, επομένως ισοδύναμα είναι:

$$25\left(4+x^{2}\right)=\left(3x+8\right)^{2}⇔100+25x^{2}=9x^{2}+48x+64⇔$$

$$4x^{2}-12x+9=0⇔\left(2x-3\right)^{2}=0⇔x=\frac{3}{2}$$

Η λύση είναι δεκτή, διότι $\frac{3}{2}\in \left[0, 4\right].$

Επομένως ο κολυμβητής θα βγει στην ακτή σε απόσταση $1,5 km$από το σημείο $A.$