ΛΥΣΗ

α) Ο όγκος της κυβικής δεξαμενής Α υπολογίζεται από τον τύπο του όγκου κύβου, δηλαδή $V_A(x) = x^3$ και ο όγκος της δεξαμενής Β, από τον τύπο του όγκου ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, $V_B(x) = (x+1) \cdot x^2$.

Επομένως, $\Delta(x) = V_B(x) - V_A(x) = (x+1) \cdot x^2 - x^3 = x^3 + x^2 - x^3 = x^2$.

β) i. Επειδή $V_B(x) = 36 \Leftrightarrow (x+1) \cdot x^2 = 36 \Leftrightarrow x^3 + x^2 = 36$.

$$x^3 + x^2 = 36 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x^2 + 4x + 12) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x - 3 = 0 \text{ ή } x^2 + 4x + 12 = 0.$$

Άρα, έχει τη μοναδική λύση το x=3, το τριώνυμο $x^2 + 4x - 12 = 0$ έχει διακρίνουσα

Δ=-32<0. Η διάσταση της δεξαμενής Α είναι $x = 3$ μέτρα. Οι διαστάσεις της δεξαμενής Β είναι 3 μέτρα, 3 μέτρα και 4 μέτρα.

ii. Η διαφορά των όγκων $\Delta(x) = x^2$ για $x = 3$ προκύπτει ότι είναι ίση με 9 κυβικά μέτρα.

γ) Η νέα δεξαμενή Γ θα έχει όγκο $V_\Gamma(x) = (x+1)(x+2)x$.

Από τα δεδομένα έχουμε $V_\Gamma(x) \geq 60$.

Λύνουμε τη πολυωνυμική ανίσωση

$$x^3 + 3x^2 + 2x - 60 \geq 0 \Leftrightarrow (x-3)(x^2 + 6x + 20) \geq 0 \ (1).$$

Επειδή, το τριώνυμο $x^2 + 6x + 20$ διατηρεί θετικό πρόσημο για κάθε τιμή του x, το πρόσημο της ανίσωσης (1) καθορίζεται από το x-3.

Άρα οι λύσεις της ανίσωσης (1) είναι $x \geq 3$.

Επομένως, η μικρότερη τιμή που μπορεί να πάρει το x είναι το 3, που είναι και η ζητούμενη ακμή.