

ΛΥΣΗ

α) Με $\sqrt{2} = 1,41$ έχουμε $3\sqrt{2} > 4$, οπότε $3\sqrt{2} - 4 > 0$, άρα $|3\sqrt{2} - 4| = 3\sqrt{2} - 4$.

Επίσης $\sqrt{2} - 2 < 0$, οπότε $|\sqrt{2} - 2| = -\sqrt{2} + 2$.

Έχουμε λοιπόν:

$$\alpha = 3\sqrt{2} - 4 + 2(2 - \sqrt{2}) = 3\sqrt{2} - 4 + 4 - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

που είναι το ζητούμενο.

β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος (α) έχουμε:

$$\alpha^3 = \alpha^2 \alpha = 2\alpha$$

γ) Αφού $\alpha^3 = 2\alpha$, έχουμε:

$$A = \alpha^3 + (\alpha - 1)^2 = 2\alpha + \alpha^2 - 2\alpha + 1 = \alpha^2 + 1 = 2 + 1 = 3.$$