ΛΥΣΗ

α) Για να είναι τα σημεία A, B είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα $x'x$ θα πρέπει να ισχύει:

$$\begin{cases} \lambda = 2-\lambda^2 \\ \kappa\alpha\iota \\ \mu = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda^2+\lambda-2 = 0 \\ \kappa\alpha\iota \\ \mu = -1 \end{cases}.$$

Η διακρίνουσα του τριωνύμου $\lambda^2+\lambda-2$ είναι:

$\Delta = 1-4\cdot(-2) = 9$ και οι ρίζες:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-1\pm 3}{2} \Leftrightarrow \lambda_1 = 1 \text{ και } \lambda_2 = -2.$$

Άρα $\lambda = 1$ ή $\lambda = -2$ και $\mu = -1$.

β) Επειδή θέλουμε το σημείο A να βρίσκεται στο δεύτερο τεταρτημόριο του ορθοκανονικού συστήματος, θα πρέπει να έχει αρνητική τετμημένη.

Άρα: $\lambda = -2$.

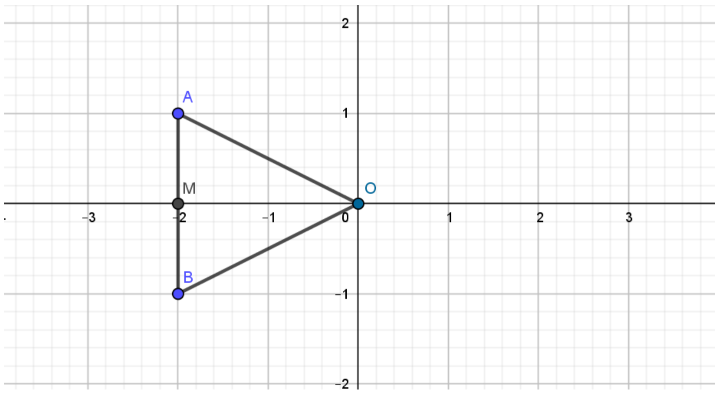
γ) Για $\lambda = -2$ και $\mu = -1$ είναι $A(-2,1)$ και $B(-2,-1)$.

i. Επειδή τα σημεία $A(-2,1)$ και $B(-2,-1)$ είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα $x'x$ το τμήμα AB είναι κάθετο στον άξονα $x'x$ και η απόστασή τους είναι:

   $(AB) = |-1-1| = 2$

ii.

   Το μήκος της βάσης του τριγώνου OAB είναι $(AB) = 2$ μονάδες μήκους και το αντίστοιχο ύψος $(OM) = 2$ μονάδες μήκους, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



   Άρα το εμβαδόν του τριγώνου OAB είναι:

   $(OAB) = \frac{(AB)\cdot(OM)}{2} = \frac{2\cdot 2}{2} = 2$ τετραγωνικές μονάδες.