

ΛΥΣΗ

α) Αφού το σημείο $M(0, -1)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f θα ισχύει $f(0) = -1$ δηλαδή:

$$\frac{3\sqrt{\lambda}}{-4} + 2 = -1 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{\lambda}}{-4} = -3 \Leftrightarrow 3\sqrt{\lambda} = 12 \Leftrightarrow \sqrt{\lambda} = 4 \Leftrightarrow \lambda = 16.$$

β) Για $\lambda = 16$,

i. Είναι:

$$f(x) = \frac{3\sqrt{x^2 - 8x + 16}}{x - 4} + 2 = \frac{3\sqrt{(x - 4)^2}}{x - 4} + 2 = \frac{3|x - 4|}{x - 4} + 2, \quad x \neq 4$$

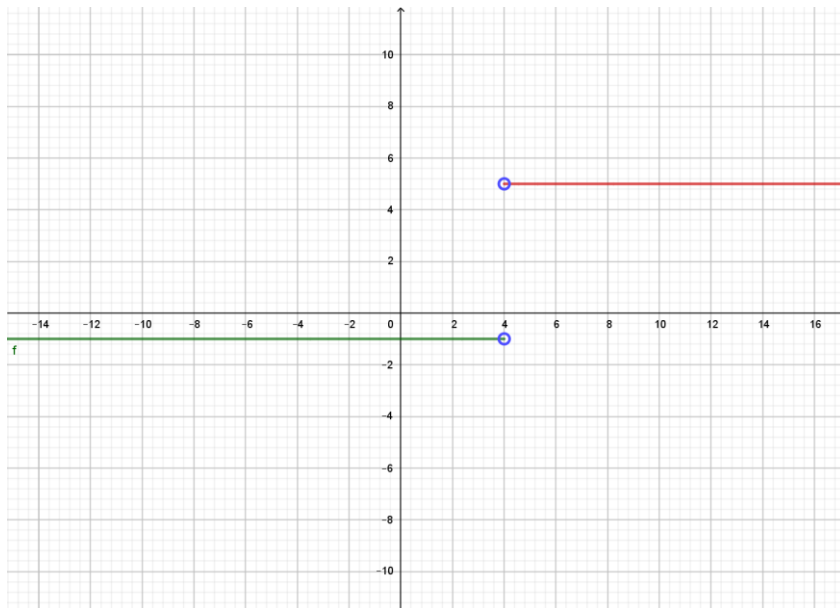
Αν $x < 4$ τότε $x - 4 < 0$ και $|x - 4| = -(x - 4)$. Άρα :

$$f(x) = \frac{-3(x-4)}{x-4} + 2 = -3 + 2 = -1.$$

Αν $x > 4$ τότε $x - 4 > 0$ και $|x - 4| = x - 4$. Άρα : $f(x) = \frac{3(x-4)}{x-4} + 2 = 3 + 2 = 5$.

$$\text{Άρα : } f(x) = \begin{cases} -1, & x < 4 \\ 5, & x > 4 \end{cases}.$$

ii. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης αποτελείται από δύο ημιευθείες παράλληλες προς τον άξονα $x'x$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



iii. Το σημείο $A(-1, -1)$ ανήκει στην γραφική παράσταση της συνάρτησης στην πρώτη ημιευθεία.

Αφού $x < 4$ το ζητούμενο σημείο ανήκει στον κλάδο $f(x) = -1$. Αν ονομάσουμε B το σημείο θα έχει συντεταγμένες $(x, -1)$. Τότε:

$$(AB) = |x + 1| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 10 \Leftrightarrow x = 9 \\ x + 1 = -10 \Leftrightarrow x = -11 \end{cases}$$

Το $x = 9 > 4$ απορρίπτεται. Επομένως $x = -11 < 4$ και το ζητούμενο σημείο είναι $B(-11, -1)$.

Εναλλακτικά σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα, αφού το ζητούμενο σημείο B βρίσκεται στην ημιευθεία $y = -1$ θα έχει τεταγμένη $y_B = -1$ και θα βρίσκεται δέκα θέσεις δεξιά ή δέκα αριστερά του A πάνω στην ημιευθεία $y = -1$. Δηλαδή θα έχει τετμημένη:

$$x_B = -1 + 10 = 9 \text{ απορρίπτεται ή } x_B = -1 - 10 = -11.$$

Άρα το ζητούμενο σημείο είναι $B(-11, -1)$.

