ΘΕΜΑ 4

α) Να αποδείξετε ότι $x - x^{2}\leq \frac{1}{4}$ για κάθε πραγματικό αριθμό $x$. Πότε ισχύει το ίσον;

(Μονάδες 8)

β) Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιασθεί η γραφική παράσταση (ε) της συνάρτησης

x

y

y΄

x΄

(ε)

 $f(x)=1 – x$, $x\in R$, η οποία τέμνει τους άξονες $x΄x$ και $y΄y$ στα σημεία Ε και Δ αντίστοιχα. Ένα μεταβλητό σημείο Α, με τετμημένη $α$, κινείται επί της ευθείας (ε) και μεταξύ των σημείων Δ και Ε. Φέρνουμε από το Α καθέτους στους άξονες και έστω Β και Γ τα σημεία τομής με $y΄y$ και $x΄x$ αντίστοιχα.

1. Να βρείτε το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΟΓ.

(Μονάδες 10)

1. Να αποδείξετε ότι η μεγαλύτερη δυνατή τιμή του εμβαδού του μεταβλητού ορθογωνίου ΑΒΟΓ είναι $\frac{1}{4}$. Για ποια θέση του σημείου Α επιτυγχάνεται αυτή η τιμή;

(Μονάδες 7)