

ΘΕΜΑ 4

Κάθε περιττός ακέραιος αριθμός  $a$  γράφεται στη μορφή  $a=2k+1$ ,  $k$  ακέραιος.

α) Να γράψετε τους αριθμούς 3,5,7 ως διαφορά τετραγώνων δύο ακεραίων.

(Μονάδες 6)

β) i) Να αποδείξετε ότι η διαφορά των τετραγώνων δύο διαδοχικών ακεραίων ισούται πάντα με έναν περιττό ακέραιο.

(Μονάδες 6)

ii) Να γράψετε τον αριθμό 2021 ως διαφορά δύο τετραγώνων ακεραίων αριθμών.

(Μονάδες 6)

γ) Στο σχήμα τα τετράπλευρα  $AB\Gamma\Delta$  και  $\Gamma\text{HPK}$  είναι τετράγωνα με  $(\Gamma\text{H})=(\Gamma\text{K})=v$  και  $(\text{BK})=(\Delta\text{H})=1$ . Αν γνωρίζουμε ότι το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν είναι ίσο με 45, να βρεθεί η τιμή του θετικού ακεραίου  $v$ .

(Μονάδες 7)

