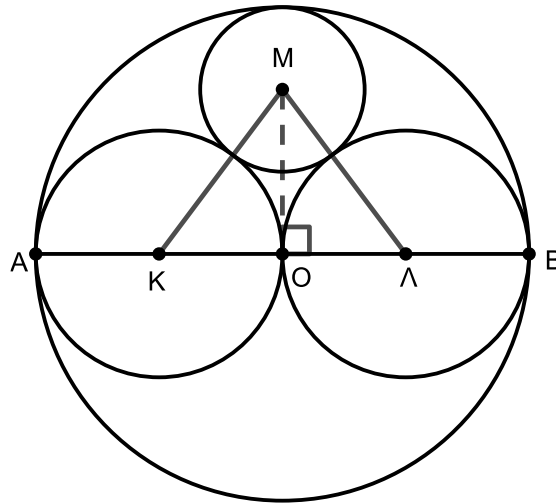


ΛΥΣΗ



α) 1 → ii., 2 → iii. , 3 → iv.

Δηλαδή  $KL=2R$  γιατί οι κύκλοι κέντρων  $K$  και  $L$  εφάπτονται εξωτερικά, οπότε η διάκεντρός τους ισούται με το άθροισμα των ακτινών τους. Ομοίως  $LM= R+\rho$  γιατί οι κύκλοι κέντρων  $L$  και  $M$  εφάπτονται εξωτερικά. Τέλος  $OM=2R-\rho$  γιατί ο κύκλος κέντρου  $O$  με τον κύκλο κέντρου  $M$  εφάπτονται εσωτερικά, οπότε η διάκεντρός τους θα ισούται με τη διαφορά των ακτινών τους.

β)

i. Οι κύκλοι  $(K,R)$  και  $(M,\rho)$  εφάπτονται εξωτερικά, οπότε η διάκεντρός τους θα ισούται με το άθροισμα των ακτινών τους, δηλαδή  $KM = R+\rho = LM$  από το ερώτημα α). Άρα το τρίγωνο  $MKL$  έχει δύο πλευρές ίσες, οπότε είναι ισοσκελές με βάση την πλευρά  $KL$ . Το σημείο  $O$  είναι το μέσο του τμήματος  $KL$  γιατί  $OK=OL=R$ , επομένως το τμήμα  $MO$  είναι διάμεσος της βάσης του ισοσκελούς τριγώνου, άρα είναι και ύψος, δηλαδή  $OM \perp KL$ .

ii. Στο ορθογώνιο τρίγωνο  $OML$  με  $\widehat{O} = 90^\circ$  εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο Θεώρημα έχουμε:  $OM^2 + OL^2 = LM^2$

$$(2R-\rho)^2 + R^2 = (R+\rho)^2$$

$$4R^2 - 4R\rho + \rho^2 + R^2 = R^2 + 2R\rho + \rho^2$$

$$4R^2 = 6R\rho$$

$$2R = 3\rho$$

$$\rho = \frac{2R}{3}.$$