

ΛΥΣΗ

α)

$$\text{i. Έχουμε } A+B = \alpha^2 + \alpha + \frac{1}{4} + (\beta-3)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{2}\right)^2 + (\beta-3)^2 \geq 0$$

ii. Έχουμε:

$$A+B=0 \Leftrightarrow ,$$

$$\left(\alpha + \frac{1}{2}\right)^2 + (\beta-3)^2 = 0, \text{ που ισχύει αν και μόνο αν}$$

$$\alpha + \frac{1}{2} = 0 \text{ και } \beta - 3 = 0, \text{ οπότε}$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \text{ και } \beta = 3.$$

β) Έχουμε ισοδύναμα:

$$A = -B \Leftrightarrow$$

$$A+B=0 \Leftrightarrow$$

$$\alpha = -\frac{1}{2}, \quad \beta = 3$$