

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = x^2 - \alpha x - (\alpha + 1)$, $x \in \mathbb{R}$, με παράμετρο $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου α να βρείτε το πλήθος των ριζών του τριωνύμου.

(Μονάδες 7)

β) Αν είναι $\alpha > -2$, τότε:

(i) Να αποδείξετε ότι οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι αριθμοί -1 και $\alpha + 1$.

(Μονάδες 4)

(ii) Να βρείτε την τιμή του α για την οποία το μήκος του διαστήματος λύσεων της ανίσωσης $x^2 - \alpha x - (\alpha + 1) \leq 0$ είναι ίσο με 2024.

(Μονάδες 7)

(iii) Να βρείτε το πρόσημο του $f\left(\frac{\alpha}{2}\right)$.

(Μονάδες 7)