ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα οι κορυφές του τετραγώνου $ΕΖΗΘ$ βρίσκονται πάνω στις πλευρές του τετραγώνου $ΑΒΓΔ$.



α) Αν η πλευρά του τετραγώνου $ΑΒΓΔ$ είναι $α$ και η απόσταση των κορυφών του $ΕΖΗΘ$ από τις αντίστοιχες κορυφές του $ΑΒΓΔ$ είναι $x$, όπως φαίνεται στο σχήμα, να δείξετε ότι το εμβαδόν του $ΕΖΗΘ$ δίνεται από τη σχέση:

$$\left(ΕΖΗΘ\right)=x^{2}+\left(α-x\right)^{2} με 0\leq x\leq α.$$

(Μονάδες 6)

β) Να δείξετε ότι το εμβαδόν του $ΕΖΗΘ$ δεν μπορεί να είναι μικρότερο από το μισό του εμβαδού $ΑΒΓΔ$.

(Μονάδες 11)

γ) Να βρείτε την πλευρά $α$ του τετραγώνου $ΑΒΓΔ$ αν για $x=1$, το εμβαδόν του $ΕΖΗΘ$ είναι τα δύο τρίτα του εμβαδού του $ΑΒΓΔ$, δηλαδή: $\left(ΕΖΗΘ\right)=\frac{2}{3}(ΑΒΓΔ)$.

 (Μονάδες 8)

(Δίνεται $\sqrt{3}≈1,73$)